

ACP TP1

Analyse du nuage des points-individus

1) Exemple du cours et calculs avec \mathbf{R} :

On considère le tableau de données brute suivant :

	intensité émission de bulles	saveur salée	appréciation globale
St Yorre	3,9	6,4	2,9
Vichy	1,4	6,0	2,8
Quézac	5,1	4,7	3,5
Salvetat	2,9	4,1	3,4
Perrier	8,2	4,9	2,8

- Calculez la matrice des corrélations \mathbf{R} à partir de la matrice des données centrées-réduite \mathbf{Z} , en pondérant les lignes par $1/n$.
- Effectuez la décomposition spectrale de \mathbf{R} et en déduite la matrice \mathbf{V} des vecteurs propres de \mathbf{R} triés par ordre décroissant des valeurs propres. Vérifiez que les vecteurs propres sont bien normés à 1 et orthogonaux (i.e. orthonormés).
- Calculez la matrice Ψ des coordonnées factorielles des 5 eaux sur les trois axes factoriels. Calculez les moyennes et les variances des trois colonnes de Ψ . Comparez aux valeurs propres de \mathbf{R} .
- Représentez graphiquement les 5 eaux sur le premier plan factoriel 1-2 des individus et sur la plan 1-3
- Quelle est l'inertie du nuage des 5 eaux calculée à partir des coordonnées factorielles Ψ . Vérifiez que $I(\Psi) = p = I(\mathbf{Z})$.
- Quelle est le pourcentage d'inertie expliquée par chaque composante principale. Quelle est le pourcentage cumulé ? Combien de composantes retiendriez-vous ?

2) Exemple du cours avec \mathbf{R} et le package FactoMineR:

- Les deux fonctions de base sous R qui réalisent des ACP sont `prcomp()` et `princomp()`. En vous aidant de l'aide, retrouvez les résultats du 1). Laquelle utilise n et $(n-1)$ au numérateur pour les calculs de variance ?
- Installez le package FactoMineR et utilisez la fonction `PCA()` pour retrouver les résultats du 1)

ACP TP2

Analyse du nuage des points-variables

3) Exemple du cours et calculs avec R :

- Calculez la matrice des produits scalaires des 5 eaux $ZZ'N$.
- Effectuez la décomposition spectrale de **cette matrice** et en déduite la matrice U de ses vecteurs propres triés par ordre décroissant des valeurs propres, et **N-normés**. Comparez aux valeurs propres de la matrice des corrélations R et vérifiez alors que U et bien N-orthonormés.
- Calculez la matrice Φ des coordonnées factorielles des 3 variables sur les trois axes factoriels. Représentez graphiquement les 3 variables sur le premier plan factoriel 1-2.
- Effectuez la décomposition en valeurs singulières (DVS) de Z avec le métriques I_p et N (fonction `svd.triplet()`).
 - o Vérifiez que les valeurs singulières sont bien les racines des valeurs propres déjà trouvées. Retrouvez à partir de cette DVS les matrices U et V (déjà trouvées aux questions précédentes).
 - o Vérifiez les formules de passages $\psi^\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha} u_\alpha$ et $\phi^\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha} v_\alpha$.
- Calculez les corrélations entre intensité des bulles et la première composante principale ψ^1 . Vérifiez que vous retrouvez bien ϕ_{11} .

4) Exemple du cours avec R et le package FactoMineR:

- Retrouvez les coordonnées factorielles des variables (les loadings) c'est-à-dire la matrice Φ avec les deux fonctions de base `prcomp()` et `princomp()`.
- Retrouvez ensuite Φ avec la la fonction `PCA()` FactoMineR.
- Retrouvez la représentation graphique des 3 variables sur le premier plan factoriel. Interprétez. Interprétez ensuite le premier plan factoriel des eaux en fonction de ce graphique.