

# ACP TP1

## Analyse du nuage des points-individus

### 1) Exemple du cours et calculs avec $\mathbf{R}$ :

On considère le tableau de données brute suivant :

	intensité émission de bulles	saveur salée	appréciation globale
St Yorre	3,9	6,4	2,9
Vichy	1,4	6,0	2,8
Quézac	5,1	4,7	3,5
Salvetat	2,9	4,1	3,4
Perrier	8,2	4,9	2,8

- Calculez la matrice des corrélations  $\mathbf{R}$  à partir de la matrice des données centrées-réduite  $\mathbf{Z}$ , en pondérant les lignes par  $1/n$ .
- Effectuez la décomposition spectrale de  $\mathbf{R}$  et en déduite la matrice  $\mathbf{V}$  des vecteurs propres de  $\mathbf{R}$  triés par ordre décroissant des valeurs propres. Vérifiez que les vecteurs propres sont bien normés à 1 et orthogonaux (i.e. orthonormés).
- Calculez la matrice  $\Psi$  des coordonnées factorielles des 5 eaux sur les trois axes factoriels. Calculez les moyennes et les variances des trois colonnes de  $\Psi$ . Comparez aux valeurs propres de  $\mathbf{R}$ .
- Représentez graphiquement les 5 eaux sur le premier plan factoriel 1-2 des individus et sur la plan 1-3
- Quelle est l'inertie du nuage des 5 eaux calculée à partir des coordonnées factorielles  $\Psi$ . Vérifiez que  $I(\Psi) = p = I(\mathbf{Z})$ .
- Quelle est le pourcentage d'inertie expliquée par chaque composante principale. Quelle est le pourcentage cumulé ? Combien de composantes retiendriez-vous ?

### 2) Exemple du cours avec $\mathbf{R}$ et le package FactoMineR:

- Les deux fonctions de base sous R qui réalisent des ACP sont `prcomp()` et `princomp()`. En vous aidant de l'aide, retrouvez les résultats du 1). Laquelle utilise  $n$  et  $(n-1)$  au numérateur pour les calculs de variance ?
- Installez le package FactoMineR et utilisez la fonction `PCA()` pour retrouver les résultats du 1)

## ACP TP2

### Analyse du nuage des points-variables

#### 3) Exemple du cours et calculs avec R :

- Calculez la matrice des produits scalaires des 5 eaux  $ZZ'N$ .
- Effectuez la décomposition spectrale de **cette matrice** et en déduite la matrice  $U$  de ses vecteurs propres triés par ordre décroissant des valeurs propres, et **N-normés**. Comparez aux valeurs propres de la matrice des corrélations  $R$  et vérifiez alors que  $U$  et bien N-orthonormés.
- Calculez la matrice  $\Phi$  des coordonnées factorielles des 3 variables sur les trois axes factoriels. Représentez graphiquement les 3 variables sur le premier plan factoriel 1-2.
- Effectuez la décomposition en valeurs singulières (DVS) de  $Z$  avec le métriques  $I_p$  et  $N$  (fonction `svd.triplet()`).
  - o Vérifiez que les valeurs singulières sont bien les racines des valeurs propres déjà trouvées. Retrouvez à partir de cette DVS les matrices  $U$  et  $V$  (déjà trouvées aux questions précédentes).
  - o Vérifiez les formules de passages  $\psi^\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha} u_\alpha$  et  $\phi^\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha} v_\alpha$ .
- Calculez les corrélations entre intensité des bulles et la première composante principale  $\psi^1$ . Vérifiez que vous retrouvez bien  $\phi_{11}$ .

#### 4) Exemple du cours avec R et le package FactoMineR:

- Retrouvez les coordonnées factorielles des variables (les loadings) c'est-à-dire la matrice  $\Phi$  avec les deux fonctions de base `prcomp()` et `princomp()`.
- Retrouvez ensuite  $\Phi$  avec la la fonction `PCA()` FactoMineR.
- Retrouvez la représentation graphique des 3 variables sur le premier plan factoriel. Interprétez. Interprétez ensuite le premier plan factoriel des eaux en fonction de ce graphique.